Tutorium Woche 6

Dominik Bruhn, Tutorium Nr. 9 + 11

02.12.2009

Agenda

1. Organisation
2. Entscheidbarkeit I
   - Definition
   - Aufgabe
3. Berechenbarkeit
   - Definition
   - Aufgabe
4. Aufzählbarkeit
   - Definition
   - Aufgabe
5. Entscheidbarkeit II
6. Ende

Wünsche ans Tutorium

Übungsblätter lösen

- Lösungen gibt es im Internet auf der Vorlesungsseite
- Angebot 0: Alles bleibt wie es ist, wer Interesse hat schaut sich die Lösungen auf der Homepage an.

Wünsche ans Tutorium

Übungsblätter lösen

- Lösungen gibt es im Internet auf der Vorlesungsseite
- Angebot 0: Alles bleibt wie es ist, wer Interesse hat schaut sich die Lösungen auf der Homepage an.
- Angebot 1: Ich stelle das Lösungsblatt zu Begin des Tutoriums vor und wir schauen dann wie weit wir mit den normalen Stoff kommen (normaler Stoff kommt evtl kürzer dran)

Wünsche ans Tutorium

Übungsblätter lösen

- Lösungen gibt es im Internet auf der Vorlesungsseite
- Angebot 0: Alles bleibt wie es ist, wer Interesse hat schaut sich die Lösungen auf der Homepage an.
- Angebot 1: Ich stelle das Lösungsblatt zu Begin des Tutoriums vor und wir schauen dann wie weit wir mit den normalen Stoff kommen (normaler Stoff kommt evtl kürzer dran)
- Angebot 2: Ich mache zuerst den normalen Stoff und mache dann solange noch Zeit bleibt das Übungsblatt.

Wünsche ans Tutorium

Übungsblätter lösen

- Lösungen gibt es im Internet auf der Vorlesungsseite
- Angebot 0: Alles bleibt wie es ist, wer Interesse hat schaut sich die Lösungen auf der Homepage an.
- Angebot 1: Ich stelle das Lösungsblatt zu Begin des Tutoriums vor und wir schauen dann wie weit wir mit den normalen Stoff kommen (normaler Stoff kommt evtl kürzer dran)
- Angebot 2: Ich mache zuerst den normalen Stoff und mache dann solange noch Zeit bleibt das Übungsblatt.

Lösungen auf die Folien

- Auf die Folien auf Grund des Layout-Aufwands nicht

Wünsche ans Tutorium

Übungsblätter lösen

- Lösungen gibt es im Internet auf der Vorlesungsseite
- Angebot 0: Alles bleibt wie es ist, wer Interesse hat schaut sich die Lösungen auf der Homepage an.
- Angebot 1: Ich stelle das Lösungsblatt zu Begin des Tutoriums vor und wir schauen dann wie weit wir mit den normalen Stoff kommen (normaler Stoff kommt evtl kürzer dran)
- Angebot 2: Ich mache zuerst den normalen Stoff und mache dann solange noch Zeit bleibt das Übungsblatt.

Lösungen auf die Folien

- Auf die Folien auf Grund des Layout-Aufwands nicht
- Angebot: Lösungszettel zum Ausdrucken auf die Homepage

Entscheidbarkeit

Gegenteil

Ist $\mathcal{L}$ eine Sprache, dann ist $\bar{\mathcal{L}}$ die inverse Sprache

Entscheidbarkeit

Gegenteil

Ist $\mathcal{L}$ eine Sprache, dann ist $\bar{\mathcal{L}}$ die inverse Sprache

Bekannt

Es gilt: $\mathcal{L}$ ist entscheidbar $\Leftrightarrow$ $\bar{\mathcal{L}}$ ist entscheidbar.

Entscheidbarkeit

Aufgabe

Zeige, dass die Sprache
$\mathcal{L} = \{\langle\mathcal{M}\rangle \mid$ Turingmaschine $\mathcal{M}$ hat mindestens einen unerreichbaren Zustand$\}$
nicht entscheidbar ist!

Entscheidbarkeit

Aufgabe

Zeige, dass die Sprache
$\mathcal{L} = \{\langle\mathcal{M}\rangle \mid \text{ Turingmaschine } \mathcal{M} \text{ hat mindestens einen unerreichbaren Zustand}\}$
nicht entscheidbar ist!

Gegenteil

$\bar{\mathcal{L}} = \{\langle\mathcal{M}\rangle \mid \text{ Turingmaschine } \mathcal{M} \text{ hat keinen unerreichbaren Zustand}\}$

Entscheidbarkeit

Aufgabe

Zeige, dass die Sprache
$\mathcal{L} = \{\langle\mathcal{M}\rangle \mid$ Turingmaschine $\mathcal{M}$ hat mindestens einen unerreichbaren Zustand$\}$
nicht entscheidbar ist!

Gegenteil

$\bar{\mathcal{L}} = \{\langle\mathcal{M}\rangle \mid$ Turingmaschine $\mathcal{M}$ hat keinen unerreichbaren Zustand$\}$

Definition (Erinnerung: Halteproblem)

$\text{HALT} = \{\langle M\rangle w \in \Sigma^* | \mathcal{M}$ hält bei Eingabe $w\}$

Aus der Vorlesung

Bekannt

Jede Turingmaschine kann ihre eigene Gödelnummer "holen", und auf das Band schreiben.

Beweis: Siehe Vorlesung vom 24.11.

Berechenbarkeit: Aufgabe

Aufgabe

Beweise, dass es eine Gödelnummer $n = \langle \mathcal{M} \rangle \in \mathbb{N}_0$ zu einer Turingmaschine $\mathcal{M}$ gibt, die die Funktion $f_n(x) = (n + x)^2$ für alle $x \in \mathbb{N}_0$ berechnet!

Definition

Definition (Rekursiv aufzählbar I)

Eine Menge $\mathcal{M}$ ist rekursiv aufzählbar genau dann wenn es eine **berechenbare**, **surjektive** Funktion $\mathbb{N}_0 \to \mathcal{M}$ gibt.

Definition

Definition (Rekursiv aufzählbar I)

Eine Menge $\mathcal{M}$ ist rekursiv aufzählbar genau dann wenn es eine **berechenbare**, **surjektive** Funktion $\mathbb{N}_0 \rightarrow \mathcal{M}$ gibt.

Definition (Rekursiv aufzählbar II)

Eine Menge $\mathcal{M}$ ist rekursiv aufzählbar genau dann wenn es eine **berechenbare** Funktion $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathcal{M}$ gibt, mit $\mathit{Bild}(f) = \mathcal{M}$.

Vorarbeit: Diagonalisierung

Behauptung

Es gibt eine bijektive Abbildung von $\mathbb{N}_0$ nach $\mathbb{N}_0^2$, dass heißt
$f(n) \longrightarrow \binom{n_1}{n_2}$
$f^{-1}\binom{n_1}{n_2} \longrightarrow n$
mit $n, n_1, n_2 \in \mathbb{N}_0$

Beispiel?

Aufzählbarkeit

Aufgabe

Welche der folgenden Mengen sind rekursiv aufzählbar? Beweise deine Aussage!

Aufgabe 1

$M_1 := \{q \in \mathbb{Q} \mid 0 < q < 1\}$

Aufzählbarkeit

Aufgabe

Welche der folgenden Mengen sind rekursiv aufzählbar? Beweise deine Aussage!

Aufgabe 1

$M_1 := \{q \in \mathbb{Q} \mid 0 < q < 1\}$

Definition (Rekursiv aufzählbar)

Eine Menge $\mathcal{M}$ ist rekursiv aufzählbar genau dann wenn es eine **berechenbare** Funktion $f : \mathbb{N}_0 \to \mathcal{M}$ gibt, mit $\mathit{Bild}(f) = \mathcal{M}$.

Aufzählbarkeit

Aufgabe

Welche der folgenden Mengen sind rekursiv aufzählbar? Beweise deine Aussage!

Aufgabe 2

$M_2 := \{r \in \mathbb{R} \mid 0 < r < 1\}$

Definition (Rekursiv aufzählbar)

Eine Menge $\mathcal{M}$ ist rekursiv aufzählbar genau dann wenn es eine **berechenbare** Funktion $f : \mathbb{N}_0 \to \mathcal{M}$ gibt, mit $\mathit{Bild}(f) = \mathcal{M}$.

Aufgabe

Aufgabe

Sei $A \subseteq \mathbb{N}_0$ eine entscheidbare Menge. Zeige, dass $B := \{x + 2y^2 + 17 + 11^x \mid x, y \in A\}$ entscheidbar ist!

Aufgabe

Aufgabe

Sei $A \subseteq \mathbb{N}_0$ eine entscheidbare Menge. Zeige, dass $B := \{x + 2y^2 + 17 + 11^x \mid x, y \in A\}$ entscheidbar ist!

Definition (Entscheidbarkeit)

Problem ist entscheidbar $\Leftrightarrow$ Es lässt sich eine TM finden, die das Problem löst und auf jeden Fall terminiert.

Ende

Fragen?

$$\frac{\sin x}{n} = \frac{\mathrm{si}\, x}{1} = 6$$