Tutorium Woche 5

Dominik Bruhn, Tutorium Nr. 9 + 11

25.11.2009

Agenda

1. Organisation
2. Definitionen
   - Chomsky-Hirarchie
   - Gödelnummer
   - Entscheidbarkeit
   - Beweistechnik
3. Aufgaben
   - Wortproblem für Chomsky 1
   - Postsches Korrespondenzproblem
   - Entscheidbarkeit
   - Turingmaschinen
4. Feedback
5. Ende

Termine

Es gibt zwei Tutorien von mir:

- Mittwoch 15:45 in Raum -133 im AVG
- Mittwoch 17:15 in Raum SR-107 im Informatik Gebäude

kontextsensitive Sprachen

- Chomsky Typ 1
- Erkannt von linear beschränkter TM
- V: Menge der Nichtterminale: z.B. S,A,B
- N: Menge der Terminale: z.B. a,b,c

kontextsensitive Sprachen

- Chomsky Typ 1
- Erkannt von linear beschränkter TM
- V: Menge der Nichtterminale: z.B. S,A,B
- N: Menge der Terminale: z.B. a,b,c

Erlaubte Regeln

- $\alpha \rightarrow \beta$ mit
  - $\alpha \in V^+$
  - $\beta \in ((V \cup T)\backslash\{S\})^+$
  - $|\alpha| \leq |\beta|$
- $S \rightarrow \epsilon$

Gödelnummer

Gödelnummer: Kodierung einer Turingmaschine in eine Zeichenkette. Das eigentliche Format ist beliebig, es muss nur eindeutig sein.

$\langle M \rangle$: Gödelnummer der TM M

Entscheidbarkeit

Problem entscheidbar:

Es lässt sich eine TM finden, die das Problem löst und auf jeden Fall terminiert.

Problem nicht entscheidbar:

Es lässt sich keine Maschine finden die das Problem löst und unabhänig davon auf jeden Fall terminiert.

Problem semi-entscheidbar:

Es lässt sich eine TM finden, die im Falle von "Ja" terminiert. Im Fall von "Nein" hängt die Maschine. Untermenge von "nicht entscheidbar".

Halteproblem

Definition: Halteproblem

$\text{HALT} = \{\langle M \rangle w \in \Sigma^* | \mathcal{M} \text{ hält bei Eingabe } w\}$

Halteproblem

Definition: Halteproblem

$\text{HALT} = \{\langle M\rangle w \in \Sigma^* | \mathcal{M} \text{ hält bei Eingabe } w\}$

Behauptung: Das Halteproblem ist unentscheidbar

Halteproblem

Definition: Halteproblem

HALT $= \{\langle M \rangle w \in \Sigma^* | \mathcal{M}$ hält bei Eingabe $w\}$

Behauptung: Das Halteproblem ist unentscheidbar Beweis: Siehe Vorlesung

Beweistechnik: Entscheidbarkeit

Problem entscheidbar

Beweistechnik: Entscheidbarkeit

Problem entscheidbar

Um zu zeigen, dass ein Problem entscheidbar ist, gib eine Turingmaschine (formal oder in Worten) an, die das Problem löst und auf jeden Fall hält.

Beweistechnik: Entscheidbarkeit

Problem entscheidbar

Um zu zeigen, dass ein Problem entscheidbar ist, gib eine Turingmaschine (formal oder in Worten) an, die das Problem löst und auf jeden Fall hält.

Problem nicht entscheidbar

Beweistechnik: Entscheidbarkeit

Problem entscheidbar

Um zu zeigen, dass ein Problem entscheidbar ist, gib eine Turingmaschine (formal oder in Worten) an, die das Problem löst und auf jeden Fall hält.

Problem nicht entscheidbar

Widerspruchsbeweis: Zeige, dass wenn das Problem entscheidbar wäre, auch das Halteproblem (oder anderes unentscheidbares Problem) entscheidbar wäre.

Aufgabe: Wortproblem für Chomsky 1

Grammatik

Gegeben sei folgende Grammatik
$\mathcal{G} = (\{a, b, c\}, \{S, A, B, C\}, S, \mathcal{P})$ mit
$\mathcal{P} = \{S \rightarrow aABcb \mid aBC \mid CBABc,$
$aA \rightarrow BCaAa \mid bb,$
$BC \rightarrow CB,$
$B \rightarrow aCaa \mid babAcc,$
$aCa \rightarrow aAc \mid aca\}.$

Aufgabe

Lösen das Wortproblem für das Wort $w = acbbca$!

Postsches Korrespondenzproblem (PKB)

Beschreibung

- Beispiel für ein unentscheidbares Problem
- Gegeben: Menge von Paaren: $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), ...(x_n, y_n)\}$
- Problem: Gibt es eine Kombination, so dass die Aneinanderreihung aller x gleich die Aneinanderreihung aller y ist.
- Paare dürfen mehrmals oder keinmal verwendet werden.

Beispiel

geg: $P_1 = \{\binom{1}{101}, \binom{10}{00}, \binom{011}{11}\}$
Ist das PKP lösbar?

Aufgabe: PKP

Aufgabe 1

geg: $P_2 = \{\binom{aa}{a}, \binom{b}{aa}, \binom{a}{aab}\}$
Ist das PKP lösbar?

Aufgabe 2

geg: $P_3 = \{\binom{01}{0}, \binom{0}{101}, \binom{101}{0}\}$
Ist das PKP lösbar?

Entscheidbarkeit

Aufgabe

Zeige, dass die Sprache
$\mathcal{L} = \{\langle\mathcal{M}\rangle \mid \text{Turingmaschine } \mathcal{M} \text{ akzeptiert jede Eingabe}\}$
nicht entscheidbar ist!

Weitere Hinweise: Siehe Vorlesungsfolien.

Turingmaschine

Gib eine Turingmaschine an, die folgende Sprache akzeptiert:

Turingmaschine

Gib eine Turingmaschine an, die folgende Sprache akzeptiert:

Aufgabe 2

$\mathcal{L}' = \{\omega \in \{0,1\}^* \mid$
ω enthält das Zeichen 0 doppelt so oft wie das Zeichen 1$\}$

Feedback

Feedback?

- Positives?
- Negatives?

Ende

Fragen?

[War is] a strange game. The only winning move is not to play.
WOPR