Tutorium Woche 4

Dominik Bruhn, Tutorium Nr. 9 + 11

18.11.2009

Agenda

Neuerungen

Es gibt zwei Tutorien von mir:

- Mittwoch 15:45 in Raum -133 im AVG
- Mittwoch 17:15 in Raum SR-107 im Informatik Gebäude

Letztes Übungsblatt

Chomsky-Normalform: Falls eine Produktion $S \longrightarrow \epsilon$ existiert, darf keine Produktion mit S rechts existieren!

Sprachen

reguläre Sprache (Typ 3)

- Regeln:

Sprachen

reguläre Sprache (Typ 3)

- Regeln:
  $A \longrightarrow aB$
  $A \longrightarrow a$
- Erkannt von

Sprachen

reguläre Sprache (Typ 3)

- Regeln:
  $A \longrightarrow aB$
  $A \longrightarrow a$
- Erkannt von DEA

Sprachen

reguläre Sprache (Typ 3)

- Regeln:
  $A \longrightarrow aB$
  $A \longrightarrow a$
- Erkannt von DEA

kontextfreie Sprache (Typ 2)

- Regeln:

Sprachen

reguläre Sprache (Typ 3)

- Regeln:
  $A \longrightarrow aB$
  $A \longrightarrow a$
- Erkannt von DEA

kontextfreie Sprache (Typ 2)

- Regeln:
  $A \longrightarrow irgendwas$
  $A \longrightarrow \epsilon$
- Erkannt von

Sprachen

reguläre Sprache (Typ 3)

- Regeln:
  $A \longrightarrow aB$
  $A \longrightarrow a$
- Erkannt von DEA

kontextfreie Sprache (Typ 2)

- Regeln:
  $A \longrightarrow irgendwas$
  $A \longrightarrow \epsilon$
- Erkannt von nicht det. KA

Sprachen

reguläre Sprache (Typ 3)

- Regeln:
  $A \longrightarrow aB$
  $A \longrightarrow a$
- Erkannt von DEA

kontextfreie Sprache (Typ 2)

- Regeln:
  $A \longrightarrow irgendwas$
  $A \longrightarrow \epsilon$
- Erkannt von nicht det. KA

kontextsensitive Sprache (Typ 1)

- Regeln:
  $A^+ \longrightarrow$ irgendwas (ohne S)
  $S \longrightarrow \epsilon$
- Erkannt von

Sprachen

reguläre Sprache (Typ 3)

- Regeln:
  $A \longrightarrow aB$
  $A \longrightarrow a$
- Erkannt von DEA

kontextfreie Sprache (Typ 2)

- Regeln:
  $A \longrightarrow irgendwas$
  $A \longrightarrow \epsilon$
- Erkannt von nicht det. KA

kontextsensitive Sprache (Typ 1)

- Regeln:
  $A^+ \longrightarrow$ irgendwas (ohne S)
  $S \longrightarrow \epsilon$
- Erkannt von linear besch. TM

Sprachen

reguläre Sprache (Typ 3)

- Regeln:
  $A \longrightarrow aB$
  $A \longrightarrow a$
- Erkannt von DEA

kontextfreie Sprache (Typ 2)

- Regeln:
  $A \longrightarrow irgendwas$
  $A \longrightarrow \epsilon$
- Erkannt von nicht det. KA

kontextsensitive Sprache (Typ 1)

- Regeln:
  $A^+ \longrightarrow$ irgendwas (ohne S)
  $S \longrightarrow \epsilon$
- Erkannt von linear besch. TM

aufzählbare Sprache (Typ 0)

- Regeln:
  Jede beliebige
- Erkannt von

Sprachen

reguläre Sprache (Typ 3)

- Regeln:
  $A \longrightarrow aB$
  $A \longrightarrow a$
- Erkannt von DEA

kontextfreie Sprache (Typ 2)

- Regeln:
  $A \longrightarrow \mathit{irgendwas}$
  $A \longrightarrow \epsilon$
- Erkannt von nicht det. KA

kontextsensitive Sprache (Typ 1)

- Regeln:
  $A^+ \longrightarrow$ irgendwas (ohne S)
  $S \longrightarrow \epsilon$
- Erkannt von linear besch. TM

aufzählbare Sprache (Typ 0)

- Regeln:
  Jede beliebige
- Erkannt von Turingmaschine

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Box, \mathcal{F})$ mit

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Box, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Box, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Box, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Box, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ Bandalphabet

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ Bandalphabet ($\supseteq \Sigma$)

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Box, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ Bandalphabet ($\supseteq \Sigma$)
- δ

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ Bandalphabet ($\supseteq \Sigma$)
- δ Übergangsfunktion

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ Bandalphabet ($\supseteq \Sigma$)
- δ Übergangsfunktion
- q_0

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ Bandalphabet ($\supseteq \Sigma$)
- δ Übergangsfunktion
- q_0 Startzustand

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ Bandalphabet ($\supseteq \Sigma$)
- δ Übergangsfunktion
- q_0 Startzustand
- $\square$

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ Bandalphabet ($\supseteq \Sigma$)
- δ Übergangsfunktion
- q_0 Startzustand
- $\square$ leeres Bandzeichen

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ Bandalphabet ($\supseteq \Sigma$)
- δ Übergangsfunktion
- q_0 Startzustand
- $\square$ leeres Bandzeichen ($\in \Gamma \setminus \Sigma$)
- $\mathcal{F}$

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ Bandalphabet ($\supseteq \Sigma$)
- δ Übergangsfunktion
- q_0 Startzustand
- $\square$ leeres Bandzeichen ($\in \Gamma \setminus \Sigma$)
- $\mathcal{F}$ Menge der Endzustände

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ Bandalphabet ($\supseteq \Sigma$)
- δ Übergangsfunktion
- q_0 Startzustand
- $\square$ leeres Bandzeichen ($\in \Gamma \setminus \Sigma$)
- $\mathcal{F}$ Menge der Endzustände

Anmerkungen:

- Auf dem Band steht zu Begin: $\square$*Eingabe*$\square$

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Box, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ Bandalphabet ($\supseteq \Sigma$)
- δ Übergangsfunktion
- q_0 Startzustand
- $\Box$ leeres Bandzeichen ($\in \Gamma \setminus \Sigma$)
- $\mathcal{F}$ Menge der Endzustände

Anmerkungen:

- Auf dem Band steht zu Begin: $\Box$*Eingabe*$\Box$
- Der Kopf steht zu Begin auf dem ersten Zeichen der Eingabe

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \Box, \mathcal{F})$ mit

- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ Bandalphabet ($\supseteq \Sigma$)
- δ Übergangsfunktion
- q_0 Startzustand
- $\Box$ leeres Bandzeichen ($\in \Gamma \setminus \Sigma$)
- $\mathcal{F}$ Menge der Endzustände

Anmerkungen:

- Auf dem Band steht zu Begin: $\Box$*Eingabe*$\Box$
- Der Kopf steht zu Begin auf dem ersten Zeichen der Eingabe
- Übergang: (a,b,R): Lese a, Schreibe b, bewege Kopf in Richtung R

Turing-Maschine

$\mathcal{TM} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \square, \mathcal{F})$ mit

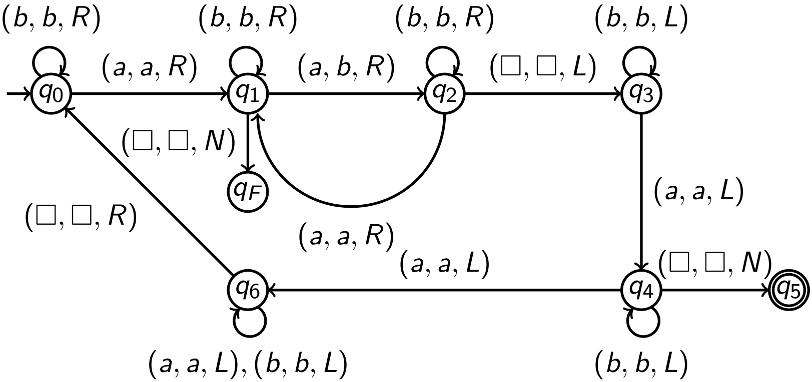
- $\mathcal{Q}$ Zustandsmenge
- Σ Eingabealphabet
- Γ Bandalphabet ($\supseteq \Sigma$)
- δ Übergangsfunktion
- q_0 Startzustand
- $\square$ leeres Bandzeichen ($\in \Gamma \setminus \Sigma$)
- $\mathcal{F}$ Menge der Endzustände

Anmerkungen:

- Auf dem Band steht zu Begin: $\square$*Eingabe*$\square$
- Der Kopf steht zu Begin auf dem ersten Zeichen der Eingabe
- Übergang: (a,b,R): Lese a, Schreibe b, bewege Kopf in Richtung R
- Mögliche Richtung: **L**inks, **R**echts, Kei**N**e

Beispiel: Turingmaschine

$M := (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_F\}, \{a\}, \{a, b, \square\}, \delta, \square, q_0, \{q_5\})$,
δ wie folgt:



Weitere Anmerkungen

Linear platzbeschränkte nichtdeterministische Turingmaschine

- Linear platzbeschränkt:

Weitere Anmerkungen

Linear platzbeschränkte nichtdeterministische Turingmaschine

- Linear platzbeschränkt: Die Maschine beschreibt nur den Bereich der zu Beginn beschrieben ist.
- nichtdeterministisch:

Weitere Anmerkungen

Linear platzbeschränkte nichtdeterministische Turingmaschine

- Linear platzbeschränkt: Die Maschine beschreibt nur den Bereich der zu Beginn beschrieben ist.
- nichtdeterministisch: Klar

Weitere Anmerkungen

Linear platzbeschränkte nichtdeterministische Turingmaschine

- Linear platzbeschränkt: Die Maschine beschreibt nur den Bereich der zu Beginn beschrieben ist.
- nichtdeterministisch: Klar

Anmerkungen

- TM Ausführung endet:
  - Falls kein Zustandswechsel möglich $\longrightarrow$ Fehler
  - Falls ein Endzustand erreicht wird $\longrightarrow$ Akzeptiert

Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen

Wiederholung: Kontraposition des PL für regluäre Sprachen

$\forall\ n \in \mathbb{N} : \exists\ \omega \in L, |\omega| \geq n : \forall\ \alpha, \beta, \gamma \in \Sigma^*, \omega = \alpha\beta\gamma :$
$\beta = \lambda \vee |\alpha\beta| > n \vee \exists\ i \in \mathbb{N}_0 : \alpha\beta^i\gamma \notin L \Rightarrow L$ nicht regulär

Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen

Wiederholung: Kontraposition des PL für regluäre Sprachen

$\forall\ n \in \mathbb{N} : \exists\ \omega \in L, |\omega| \geq n : \forall\ \alpha, \beta, \gamma \in \Sigma^*, \omega = \alpha\beta\gamma :$
$\beta = \lambda \vee |\alpha\beta| > n \vee \exists\ i \in \mathbb{N}_0 : \alpha\beta^i\gamma \notin L \Rightarrow L$ nicht regulär

Definition (PL für kontextfreie Sprachen)

L kontextfrei $\Rightarrow \exists\ n \in \mathbb{N} : \forall\ \omega \in L, |\omega| \geq n : \exists\ \alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon \in \Sigma^*, \omega = \alpha\beta\gamma\delta\epsilon :$
$|\beta\delta| > 0 \wedge |\beta\gamma\delta| \leq n \wedge \forall\ i \in \mathbb{N}_0 : \alpha\beta^i\gamma\delta^i\epsilon \in L$

Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen

Wiederholung: Kontraposition des PL für regluäre Sprachen

$\forall\, n \in \mathbb{N} : \exists\, \omega \in L, |\omega| \geq n : \forall\, \alpha, \beta, \gamma \in \Sigma^*, \omega = \alpha\beta\gamma :$
$\beta = \lambda \vee |\alpha\beta| > n \vee \exists\, i \in \mathbb{N}_0 : \alpha\beta^i\gamma \notin L \Rightarrow L$ nicht regulär

Definition (PL für kontextfreie Sprachen)

L kontextfrei $\Rightarrow \exists\, n \in \mathbb{N} : \forall\, \omega \in L, |\omega| \geq n : \exists\, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon \in \Sigma^*, \omega = \alpha\beta\gamma\delta\epsilon :$
$|\beta\delta| > 0 \wedge |\beta\gamma\delta| \leq n \wedge \forall\, i \in \mathbb{N}_0 : \alpha\beta^i\gamma\delta^i\epsilon \in L$

Kontraposition des PL für kontextfreie Sprachen

$\forall\, n \in \mathbb{N} : \exists\, \omega \in L, |\omega| \geq n : \forall\, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon \in \Sigma^*, \omega = \alpha\beta\gamma\delta\epsilon :$
$|\beta\delta| = 0 \vee |\beta\gamma\delta| > n \vee \exists\, i \in \mathbb{N}_0 : \alpha\beta^i\gamma\delta^i\epsilon \notin L \Rightarrow L$ nicht kontextfrei

Aufgabe 1

Teil 1

Gebe für die Sprache $\mathcal{L} = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ eine Grammatik des höchstmöglichen Chomsky-Typs an.

Aufgabe 1

Teil 1

Gebe für die Sprache $\mathcal{L} = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ eine Grammatik des höchstmöglichen Chomsky-Typs an.

Teil 2

Zeige, dass die Sprache $\mathcal{L}$ kontextsensitiv ist

Aufgabe 1

Teil 1

Gebe für die Sprache $\mathcal{L} = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ eine Grammatik des höchstmöglichen Chomsky-Typs an.

Teil 2

Zeige, dass die Sprache $\mathcal{L}$ kontextsensitiv ist

Kontraposition des PL für kontextfreie Sprachen

$\forall\, n \in \mathbb{N} : \exists\, \omega \in L, |\omega| \geq n : \forall\, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon \in \Sigma^*, \omega = \alpha\beta\gamma\delta\epsilon :$
$|\beta\delta| = 0 \lor |\beta\gamma\delta| > n \lor \exists\, i \in \mathbb{N}_0 : \alpha\beta^i\gamma\delta^i\epsilon \notin L \Rightarrow L$ nicht kontextfrei

Aufgabe 2

Aufgabe

Gegeben sei die Sprache $\mathcal{L} = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$
Zeige, dass diese Sprache nicht kontextfrei ist.

Aufgabe 2

Aufgabe

Gegeben sei die Sprache $\mathcal{L} = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$
Zeige, dass diese Sprache nicht kontextfrei ist.

Kontraposition des PL für kontextfreie Sprachen

$\forall\ n \in \mathbb{N} : \exists\ \omega \in L, |\omega| \geq n : \forall\ \alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon \in \Sigma^*, \omega = \alpha\beta\gamma\delta\epsilon :$
$|\beta\delta| = 0 \vee |\beta\gamma\delta| > n \vee \exists\ i \in \mathbb{N}_0 : \alpha\beta^i\gamma\delta^i\epsilon \notin L \Rightarrow L$ nicht kontextfrei

Ende

Fragen?

Es wird nie so viel gelogen wie vor der Wahl, während des Krieges und nach der Jagd.
Otto von Bismarck