

Tutorium Woche 11

Dominik Bruhn, Tutorium Nr. 9 + 11

27.01.2010

Agenda

- 1 Organisation
- 2 Definition
- 3 Aufgabe 1
- 4 Aufgabe 2
- 5 Aufgabe 3
- 6 Aufgabe 4
- 7 Aufgabe 5
- 8 Ende

Letztes Übungsblatt

- Aufgabe 2: Einfügen einer Kante reicht nicht aus

Definitionen

Definition (Informationsgehalt)

Der Informationsgehalt (oder auch Überraschungswert) einer Nachricht ist eine logarithmische Größe, die angibt, wie viel Information in dieser Nachricht übertragen wurde.

$$I(x) = -\log_2(p(X = x))$$

Mit $I(x)$ als der Informationsgehalt des Zeichens x und $p(X = x)$ als Wahrscheinlichkeit, dass x auftritt.

Definitionen

Definition (Informationsgehalt)

Der Informationsgehalt (oder auch Überraschungswert) einer Nachricht ist eine logarithmische Größe, die angibt, wie viel Information in dieser Nachricht übertragen wurde.

$$I(x) = -\log_2(p(X = x))$$

Mit $I(x)$ als der Informationsgehalt des Zeichens x und $p(X = x)$ als Wahrscheinlichkeit, dass x auftritt.

Definition (Entropie)

Die Entropie ist ein Maß für den **mittleren Informationsgehalt**.

$$H = \sum_{x \in Z} (p(X = x) * I(x)) = - \sum_{x \in Z} (p(X = x) * \log_2(p(X = x))).$$

Aufgabe 1

Aufgabe 1.1

Wie groß sind der Informationsgehalt und die Entropie, wenn eine Quelle mit dem Alphabet $\{0, 1\}$ nur aus dem Zeichen 0 bestehende Folgen sendet?

Aufgabe 1

Aufgabe 1.1

Wie groß sind der Informationsgehalt und die Entropie, wenn eine Quelle mit dem Alphabet $\{0, 1\}$ nur aus dem Zeichen 0 bestehende Folgen sendet?

Aufgabe 1.2

An einer Quelle mit n Zeichen tritt jedes Zeichen gleichverteilt auf. Wie groß sind der Informationsgehalt und die Entropie eines einzelnen Zeichens?

Aufgabe 1

Aufgabe 1.1

Wie groß sind der Informationsgehalt und die Entropie, wenn eine Quelle mit dem Alphabet $\{0, 1\}$ nur aus dem Zeichen 0 bestehende Folgen sendet?

Aufgabe 1.2

An einer Quelle mit n Zeichen tritt jedes Zeichen gleichverteilt auf. Wie groß sind der Informationsgehalt und die Entropie eines einzelnen Zeichens?

Aufgabe 1.3

Berechne die Entropie des Wurfes eines idealen Würfels mit 8 Seiten, dessen Wahrscheinlichkeit für jede Seite $p = \frac{1}{8}$ ist!

Aufgabe 1

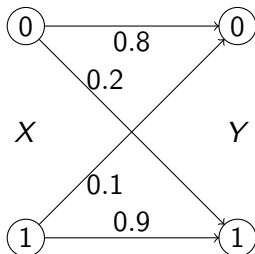
Aufgabe 1.4

Was ist der Unterschied zwischen den beiden Folgen, die aus verschiedenen gedächtnislosen Quellen mit der gleichen Wahrscheinlichkeit für 0 und 1 gesendet werden, wenn man sie unter dem Aspekt Entropie und Ordnung betrachtet?

① ...10101010101010101010...

② ...01101100110111000010...

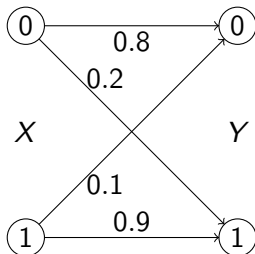
Aufgabe 2



Aufgabe 2.1

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Bitkette "1100" als "1001" übertragen wird?

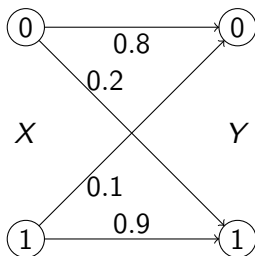
Aufgabe 2



Aufgabe 2.2

Wenn die Entropie der Quelle $H(X) = 1$ bit ist, wie groß ist dann $H(Y)$?

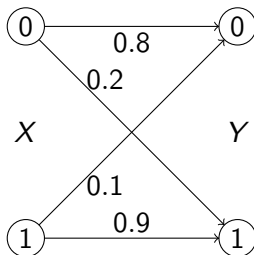
Aufgabe 2



Aufgabe 2.3

Wie groß muss $H(X)$ sein, damit $H(Y) = 1$ bit gilt?

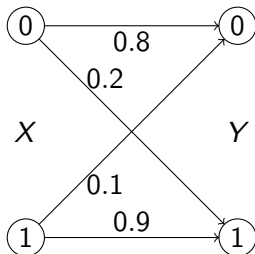
Aufgabe 2



Aufgabe 2.4

Wie groß ist die Verbundentropie $H(X, Y)$ des Übertragungssystems?

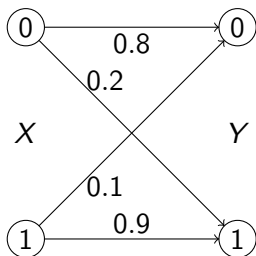
Aufgabe 2



Aufgabe 2.5

Wie groß ist die sog. Irrelevanz $H(Y|X)$? Und wie groß ist die sog. Äquivokation $H(X|Y)$?

Aufgabe 2



Aufgabe 2.6

Wie groß ist schließlich die Transinformation $I(X; Y)$?

Aufgabe 3

Gegeben sei eine Quelle mit Alphabet $\{A, B, C, D\}$ und mit den folgenden Wahrscheinlichkeiten:

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{4}, P(C) = \frac{1}{8}, P(D) = \frac{1}{8}$$

Aufgabe 3.1

Berechne die Entropie der Quelle!

Aufgabe 3

Gegeben sei eine Quelle mit Alphabet $\{A, B, C, D\}$ und mit den folgenden Wahrscheinlichkeiten:

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{4}, P(C) = \frac{1}{8}, P(D) = \frac{1}{8}$$

Aufgabe 3.1

Berechne die Entropie der Quelle!

Aufgabe 3.2

Erstellen Sie eine entsprechende Huffman-Codierung!

Aufgabe 3

Gegeben sei eine Quelle mit Alphabet $\{A, B, C, D\}$ und mit den folgenden Wahrscheinlichkeiten:

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{4}, P(C) = \frac{1}{8}, P(D) = \frac{1}{8}$$

Aufgabe 3.1

Berechne die Entropie der Quelle!

Aufgabe 3.2

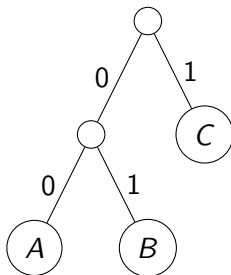
Erstellen Sie eine entsprechende Huffman-Codierung!

Aufgabe 3.2

Was ist die mittlere Codewortlänge? Gibt es einen Zusammenhang zur Entropie?

Aufgabe 4

Gegeben sei der folgende Huffman-Baum:



Aufgabe 4

Dekodiere 011011101100101011! Ist der Huffman-Code geeignet?

Aufgabe 5

Gegeben sei eine gedächtnislose Quelle Q , die mit Wahrscheinlichkeit $p_0 = \frac{1}{4}$ eine 0 und mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = \frac{3}{4}$ eine 1 sendet. Gegeben sei zudem ein Empfänger R , der die Zeichen von Q zu empfangen versucht. Dieser Empfänger empfängt eine 0 immer richtig. Sendet die Quelle Q jedoch eine 1, so empfängt R mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ eine 1 und mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ eine 0.

Aufgabe 5.1

Berechne die Information $I(0)$ und $I(1)$ bezüglich der Quelle Q !

Aufgabe 5.2

Berechne die Entropie der Quelle Q !

Aufgabe 5

Gegeben sei eine gedächtnislose Quelle Q , die mit Wahrscheinlichkeit $p_0 = \frac{1}{4}$ eine 0 und mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = \frac{3}{4}$ eine 1 sendet. Gegeben sei zudem ein Empfänger R , der die Zeichen von Q zu empfangen versucht. Dieser Empfänger empfängt eine 0 immer richtig. Sendet die Quelle Q jedoch eine 1, so empfängt R mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ eine 1 und mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ eine 0.

Aufgabe 5.3

Die Quelle Q sendet die Zeichenfolge 0110. Wie hoch ist der Informationsgehalt dieser Zeichenfolge?

Aufgabe 5

Gegeben sei eine gedächtnislose Quelle Q , die mit Wahrscheinlichkeit $p_0 = \frac{1}{4}$ eine 0 und mit Wahrscheinlichkeit $p_1 = \frac{3}{4}$ eine 1 sendet. Gegeben sei zudem ein Empfänger R , der die Zeichen von Q zu empfangen versucht. Dieser Empfänger empfängt eine 0 immer richtig. Sendet die Quelle Q jedoch eine 1, so empfängt R mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ eine 1 und mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ eine 0.

Aufgabe 5.4

Berechnen Sie die Totalinformation $H(Q, R)$, die Fehlinformation $H(R|Q)$, die Äquivokation $H(Q|R)$ und die Transinformation $I(Q; R)$!

Ende

Fragen?

Do not mistake coincidence for fate.